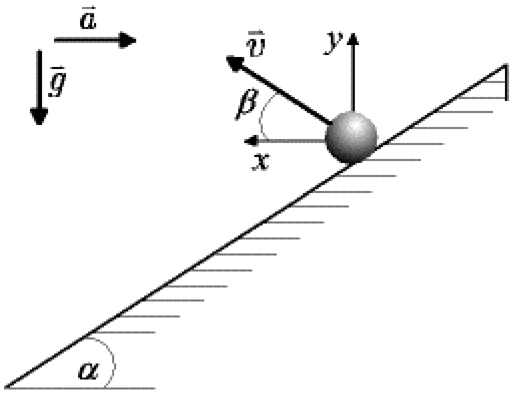
Aufgabe 3.8: Ein Ball wird von einer schiefen Ebene (Neigungswinkel α) in einem Winkel β zur Waagrechten mit der Geschwindigkeit *v* abgeworfen. Der Ball erfährt dabei durch horizontalen Gegenwind eine konstante Verzögerung *a*. Die Ergeschleunigung g wirkt in Richtung der Senkrechten.

a) Berechnen Sie die Wurfzeit, bis der Ball wieder auf der schiefen Ebene auftrifft.

b) Wie lauten die Koordinaten (*x* und *y*) des Auftreffpunktes?

c) Mit welchen Geschwindigkeiten (in *x*- und *y*-Richtung) trifft der Ball auf?



Gegeben: *g*, *a* = *1 m/s²*, *v* = 20 m/s, α = 30°, β = 60°

Lösung: a) Die Newton'schen Bewegungsgleichungen lauten mit dem gegebenen Koordinatensystem wie folgt:

$$\ddot{x} = -a \qquad \ddot{y} = -g$$

$$\dot{x} = -at + v\cos\beta \qquad \dot{y} = -gt + v\sin\beta$$

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + v\cos\beta t \qquad y = -\frac{1}{2}gt^2 + v\sin\beta t$$

Der Ball trifft nach der Zeit t_w wieder auf der Ebene auf, wofür die Bedingung gilt:

$$\tan\alpha = -\frac{y(t_w)}{x(t_w)}.$$

Einsetzen der beiden Beziehungen für *x* und *y*:

$$\tan\alpha = -\frac{-\frac{1}{2}gt_w^{\,2} + v\sin\beta t_w}{-\frac{1}{2}at_w^{\,2} + v\cos\beta t_w}$$

und Umformung liefert die Beziehung für die Wurfzeit

$$t_w = 2v\frac{(\cos\beta + \sin\beta)}{(g + a\tan\alpha)} = 4,45 \text{ s}.$$

b) Setzt man die erhaltene Wurfzeit in die obigen Gleichungen für die x- und y-Koordinaten des Balls ein, erhält man die Auftrefforte des Balls:

$$x(t_w) = -\frac{1}{2}at_w^{\,2} + v\cos\beta t_w = 34,58 \text{ m}.$$

$$y\left(t_w\right) = -\frac{1}{2} g t_w{}^2 + v \sin \beta t_w = -19{,}96 \text{ m}.$$

c) Die Auftreffgeschwindigkeiten lauten damit:

$$\dot{x}\left(t_w\right) = -a t_w + v \cos \beta = 5{,}55 \ {}^{\text{m}}\!/_{s},$$

$$\dot{y}\left(t_w\right) = -g t_w + v \sin \beta = -26{,}30 \ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}}.$$