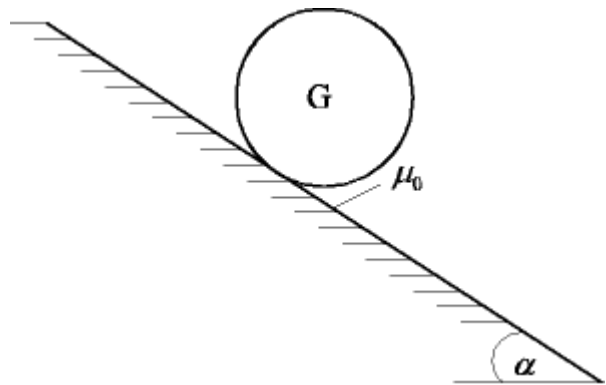


Aufgabe 3.2: Eine homogene Welle der Masse m und dem Radius r rollt eine um den Winkel α geneigte rauhe (Haftungskoeffizient μ_0) schiefe Ebene hinunter.



- Wie groß ist die Beschleunigung der Welle?
- Welche Bedingung muß erfüllt sein, damit die Welle nur rollt und nicht rutscht.

Lösung: Durch die Wahl des Koordinatensystems erfolgt nur eine Beschleunigung in x-Richtung; die Beschleunigung in y-Richtung ist $\ddot{y} = 0$. Aus der Kräftebilanz folgt somit

$$\text{x-Richtung:} \quad m\ddot{x} = mg \sin \alpha - H,$$

$$\text{y-Richtung:} \quad 0 = N - mg \cos \alpha.$$

Durch Anwendung des Momentensatzes (um den Schwerpunkt S)

$$\sum M^{(S)} : \Theta_S \dot{\omega} = rH,$$

mit dem Massenträgheitsmoment der Welle $\Theta_S = \frac{1}{2}mr^2$ und den kinematischen Bedingungen für Rollen ohne Schlupf

$$\dot{x}_S = r\omega \quad \rightarrow \quad \ddot{x}_S = \ddot{x} = r\dot{\omega} \quad \rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{\ddot{x}}{r}$$

folgt durch Einsetzen in die Kräftebilanz

$$\underline{\underline{\ddot{x} = \frac{2}{3}g \sin \alpha.}}$$

Als Bedingung, damit nur ein Rollen und kein Rutschen der Welle auftritt, muß das Coulomb'sche Reibungsgesetz erfüllt sein, womit gilt

$$H \leq H_0 = \mu_0 N.$$

Mit der Kräftebilanz

$$H = \frac{1}{3}mg \sin \alpha, \quad N = mg \cos \alpha$$

folgt damit die Rollbedingung

$$\underline{\underline{\mu_0 \geq \frac{1}{3} \tan \alpha.}}$$